

Lycée Pilote de Sousse	<b>Devoir de Synthèse n°2</b>	2 <sup>ème</sup> SC
Professeur <b>SLIMANI A.T.</b>	05 Mars 2009	Durée : 2heures

**EXERCICE N° 1 :(2points)**

Répondre par vrai ou faux ( sans justification )

1° ) Soit r une rotation directe de centre A et d'angle  $\alpha$  ( $\alpha \in ]0, \pi[$  )

a-  $r(A) = A'$  et  $r(B) = B'$  alors  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$

b- si  $r(\Delta) = \Delta'$  alors  $\Delta$  est parallèle à  $\Delta'$

2° ) Soit U une suite définie sur IN:

Si  $U_2 - U_1 = U_3 - U_2$  alors la suite U est arithmétique.

3° ) Le quatrième terme de la suite U définie sur IN par  $U_n = 2(3)^n$  est 162 .

**Exercice N°2 : ( 7 points)**

On considère la suite U définie sur IN par  $U_0 = 0$  et Pour tout  $n \in \text{IN}$ ,  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 2$ .

1. a- Calculer  $U_1$  et  $U_2$

b- Déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. Soit la suite V définie sur IN par :  $V_n = U_n - 6$ .

a- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b- Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de n.

c- Déterminer deux termes consécutifs de  $V_n$  ayant pour produit  $\frac{8192}{19683}$

3- Soient les sommes  $S_1 = V_0 + \dots + V_{n-1}$  et  $S_2 = U_0 + \dots + U_n$ .

a- Exprimer  $S_1$  en fonction de n .

b- Déduire  $S_2$  en fonction de n

**Exercice N°3 : ( 5 points)**

Soient ABC un triangle direct, ACDE un carré de centre O tel que E soit l'image du point C par la rotation r directe de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et ABGF un carré de centre O' tel que F soit l'image du point B par la rotation r' indirecte de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC]et[EF] .

1- Montrer que les droites (FC) et (EB) sont perpendiculaires et que FC = BE

2- On déduire que le triangle IOO' est un triangle rectangle et isocèle.

3- Montrer que le quadrilatère JOIO' est carré.

Exercice N°4 : ( 6 points)

I) Calculer:  $A = \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12}$

II) Montrer les égalités suivantes:

1°)  $2 \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = \frac{2 + \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$

2°)  $\frac{\sin \frac{7\pi}{15} + \sin \frac{8\pi}{15}}{\sin \frac{7\pi}{15}} = 2$

3°)  $\cos^6 x + \sin^6 x + 3 \cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1$

III) Soit la fonction définie sur  $[0, \pi]$  par:  $f(x) = -2 \sin^2 x - (\sqrt{3} + 2) \cos x + \sqrt{3}$ .

1°) Calculer  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $f(0)$  et  $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ .

2°) Soit  $\alpha \in [0, \pi]$  tel que  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{2}$

a- calculer  $\cos \alpha$  et  $\sin \alpha$ .

b- Déduire  $f(\alpha)$

3°) a - Montrer que  $f(x) = 2 \cos^2 x - (\sqrt{3} + 2) \cos x + \sqrt{3}$ .

b - Résoudre dans  $[0, \pi]$  l'équation  $f(x) = 0$