

Lycée Pilote de Sousse	Devoir de Synthèse n°2	2 ^{ème} SC
Professeur SLIMANI A.T.	05 Mars 2009	Durée : 2heures

EXERCICE N° 1 :(2points)

Répondre par vrai ou faux (sans justification)

1°) Soit r une rotation directe de centre A et d'angle α ($\alpha \in]0, \pi[$)

a- $r(A) = A'$ et $r(B) = B'$ alors $\overline{A'B'} = \overline{AB}$

b- si $r(\Delta) = \Delta'$ alors Δ est parallèle à Δ'

2°) Soit U une suite définie sur IN:

Si $U_2 - U_1 = U_3 - U_2$ alors la suite U est arithmétique.

3°) Le quatrième terme de la suite U définie sur IN par $U_n = 2(3)^n$ est 162.

Exercice N°2 : (7 points)

On considère la suite U définie sur IN par $U_0 = 0$ et Pour tout $n \in \text{IN}$, $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 2$.

1. a- Calculer U_1 et U_2

b- Déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. Soit la suite V définie sur IN par : $V_n = U_n - 6$.

a- Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c- Déterminer deux termes consécutifs de V_n ayant pour produit $\frac{8192}{19683}$

3- Soient les sommes $S_1 = V_0 + \dots + V_{n-1}$ et $S_2 = U_0 + \dots + U_n$.

a- Exprimer S_1 en fonction de n.

b- Déduire S_2 en fonction de n

Exercice N°3 : (5 points)

Soient ABC un triangle direct, ACDE un carré de centre O tel que E soit l'image du point C par la rotation r directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et ABGF un carré de centre O' tel que F soit l'image du point

B par la rotation r' indirecte de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC] et [EF].

1- Montrer que les droites (FC) et (EB) sont perpendiculaires et que $FC = BE$

2- On déduit que le triangle IOO' est un triangle rectangle et isocèle.

3- Montrer que le quadrilatère JOIO' est carré.

Exercice N°4 : (6 points)

I) Calculer: $A = \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12}$

II) Montrer les égalités suivantes:

1°) $2 \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = \frac{2 + \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$

2°) $\frac{\sin \frac{7\pi}{15} + \sin \frac{8\pi}{15}}{\sin \frac{7\pi}{15}} = 2$

3°) $\cos^6 x + \sin^6 x + 3 \cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1$

III) Soit la fonction définie sur $[0, \pi]$ par: $f(x) = -2 \sin^2 x - (\sqrt{3} + 2) \cos x + \sqrt{3}$.

1°) Calculer $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f(0)$ et $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

2°) Soit $\alpha \in [0, \pi]$ tel que $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{2}$

a- calculer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.

b- Déduire $f(\alpha)$

3°) a - Montrer que $f(x) = 2 \cos^2 x - (\sqrt{3} + 2) \cos x + \sqrt{3}$.

b - Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation $f(x) = 0$